Seat No.: _____ Enrolment No.______

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Semester –II Remedial Examination December - 2010

Subject code: 320001 **Subject Name: Maths -II**

Date: 11/ 12 /2010 **Time: 10.30 am – 01.00 pm**

Total Marks: 70

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **English version Authentic**

Q. 1 (a) **(06)**

(1) Prove that the points (0,-3) ,(1,-2) and (10,7) are collinear.

(2) Find the equation of circle whose center is (0,0) and passing through (1.2).

(3) Evaluate $\lim_{x \to 0} \frac{2^x - 3^x}{x}$

(b) **(08)**

(1) Find the acceleration of a partical at t = 3.When S = $t^3 - 6t^2 + 9t$ .Find t and S when acceleration becomes zero

(2) Find f(x) where $f'(x) = \cos^3 x \sin x + e^x$ and f(0) = 1

Q. 2 (a) Fill the blanks. **(07)**

(1) AB = _______ Where A(1,2) and B(2,3).

(2) Slop of 2x – 3y + 4 = 0 is ________

(3) Radius of $x^2 + y^2 = 25$ is ________

(4) $\lim_{x \to 0} \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} =$ ________

(5) $\frac{d}{dx} \tan^{-1} x =$ __________

(6) xsinx is an ______ function.(even , odd)

(7) $\int \frac{dx}{1 + x^2} =$ ______

(b) If f(x) = $\frac{1-x}{1+x}$, Show that f(x) + f(1/x) = 0 **(03)**

(c) Evaluate **(04)**

(i) $\lim_{x \to a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a}$ (ii) $\lim_{x \to 0} (1 + 3x)^{1/x}$

OR

(b) If f(x) = log $\left(\frac{x-1}{x}\right)$ prove that f(x) + f(– x) = f(x^2) **(03)**

(c) Evaluate **(04)**

(i) $\lim_{n \to \infty} \frac{2n^2 + 3n + 1}{n^3 + 3}$ (ii) $\lim_{\theta \to 0} \frac{\sin 2\theta}{\tan 3\theta}$

Q. 3 **(a)** **(12)**

(1) A point moves such that its distance from y axis is equal to its distance from (-1,8). Find its locus.

(2) Find the area of the triangle formed by the points (3,4), (2,-1) and (4,-6).

(3) Find the equation of line which passes through the point (4,3) and perpendicular to the line $4y - 3x + 7 = 0$.

(4) Find the centre and radius of the circle $2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y + 2 = 0$

(b) Find x and y intercept of the line $2x + 3y - 4 = 0$ **(02)**

OR

Q. 3 **(a)** **(12)**

(1) If (1,0) is the circumcentre of ΔABC whose vertices are (x,3) , (-2,4) and $(3, \sqrt{21})$. Find x .

(2) Find the equation of perpendicular bisector of line segment joining the points (-1,2) and (1,-2).

(3) Show that the point (4,-5) is inside the circle $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 5 = 0$

(4) Find the equation of tangent and normal to the circle : $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 21 = 0$ at the point (1,-2)

(b) Find the distance between parallel lines $4x - 3y + 2 = 0$ and $4x - 3y + 9 = 0$ **(02)**

Q. 4 **(a)** Differentiate x sinx using definition . **(04)**

(b) (i) Find $\frac{dy}{dx}$ of $x \sin y + y \sin x = 5$ **(06)**

(ii) Differentiate sinx w.r.t. $\tan^2 x$

(c) For y = cosAx + sinAx , show that $\frac{d^2y}{dx^2} + A^2 y = 0$ **(04)**

OR

Q. 4 **(a)** Differentiate $x^3 + 3x - 2$ using definition **(04)**

(b) Find $\frac{dy}{dx}$ **(06)**

(i) $y = Sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ (ii) $y = \frac{1+\tan x}{1-\tan x}$

(c) Find the maxima and minima of $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$ **(04)**

Q. 5 **(a)** Evaluate **(09)**

(i) $\int \left(\frac{3\sin x}{2\cos^2 x} + \frac{\cos x}{\sin^2 x}\right) dx$ (ii) $\int \left(4x^3 - \frac{1}{x} + \sin x - e^x\right) dx$

(iii) $\int_1^2 \frac{(\log x)^2}{x} dx$

(b) Show that the area of ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ is πab **(05)**

OR

Q. 5 **(a)** Evaluate **(09)**

(i) $\int \frac{dx}{9 + 4x^2}$ (ii) $\int \frac{\sec^2 x}{\operatorname{cosec} x} dx$ (iii) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$

(b) Find volume of the revolution obtained by revolving the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ about y axis. **(05)**

પ્રશ્ન 1 (અ) **(06)**

(1) સાબિત કરો કે બિંદુઓ (0,-3) ,(1,-2) અને (10,7) સમરેખ છે.

(2) (1,2) માંથી પસાર થતા અને (0,0) કેન્દ્રવાળા વર્તુળનું સમીકરણ શોધો.

(3) મેળવો $\lim_{x \to 0} \frac{2^x - 3^x}{x}$

(બ) **(08)**

(1) t = 3 આગળ કણનો પ્રવેગ શોધો. જ્યાં $S = t^3 - 6t^2 + 9t$ છે.પ્રવેગ શૂન્ય બને ત્યારે t અને S શોધો.

(2) f(x) શોધો જ્યાં $f'(x) = \cos^3 x \sin x + e^x$ અને f(0) = 1

પ્રશ્ન 2 (અ) ખાલી જગ્યા પૂરો **(07)**

(1) AB = _______ જ્યાં A(1,2) અને B(2,3).

(2) 2x – 3y + 4 = 0 નો ઢાળ ________ છે.

(3) $x^2 + y^2 = 25$ ની ત્રિજ્યા ________છે.

(4) $\lim_{x \to 0} \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} =$ ________

(5) $\frac{d}{dx}\tan^{-1} x =$ __________

(6) xsinx એ ______ વિધેય છે .(યુગ્મ, અયુગ્મ)

(7) $\int \frac{dx}{1 + x^2} =$ ______

(બ) જો $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ હોય તો, બતાવો કે f(x) + f(1/x) = 0 **(03)**

(ક) મેળવો **(04)**

(i) $\lim_{x \to a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a}$ (ii) $\lim_{x \to 0} (1 + 3x)^{1/x}$

અથવા

(બ) જો $f(x) = \log\left(\frac{x-1}{x}\right)$ હોય તો, બતાવો કે $f(x) + f(-x) = f(x^2)$ **(03)**

(ક) મેળવો : **(04)**

(i) $\lim_{n \to \infty} \frac{2n^2 + 3n + 1}{n^3 + 3}$ (ii) $\lim_{\theta \to 0} \frac{\sin 2\theta}{\tan 3\theta}$

પ્રશ્ન 3 (અ) **(12)**

(1) y અક્ષ અને (-1,8) થી સરખા અંતરે રહી ગતિ કરતા બિંદુ નો બિંદુ પથ શોધો.

(2) બિંદુ ઓ (3,4), (2,-1) અને (4,-6) થી બનતા ત્રિકોણ નું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(3) બિંદુ (4,3) માંથી પસાર થતી અને રેખા 4y – 3 x + 7 = 0 ને લંબ રેખા નું સમીકરણ શોધો.

(4) વર્તુળ $2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y + 2 = 0$ નું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા શોધો.

(બ) રેખા 2x + 3y – 4 = 0 માટે x અને y અંતઃખંડ શોધો. **(02)**

અથવા

પ્રશ્ન 3 (અ) **(12)**

(1) જો (1,0) એ જેના શિરોબિંદુઓ (x,3) , (-2,4) અને $(3,\sqrt{21})$ છે તેવાં ત્રિકોણનું પરિકેન્દ્ર હોય તો x શોધો.

(2) (-1,2) અને (1,-2) ને જોડતાં રેખાખંડ નાં લંબદ્વિભાજક નું સમીકરણ મેળવો.

(3) બતાવો કે બિંદુ (4,-5) એ વર્તુળ $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 5 = 0$ નાં અંદરનાં ભાગમાં છે.

(4) વર્તુળ $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 21 = 0$ ને (1,-2) બિંદુએ સ્પર્શક અને અભિલંબનું સમીકરણ શોધો.

(બ) સમાંતર રેખાઓ $4x - 3y + 2 = 0$ અને $4x - 3y + 9 = 0$ વચ્ચેનું અંતર શોધો. **(02)**

પ્રશ્ન 4 (અ) વ્યાખ્યાની મદદથી x sinx નું વિકલન કરો. **(04)**

(બ) **(06)**

(i) x siny + y sinx = 5 માટે $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

(ii) sinx નું $\tan^2 x$ ની સાપેક્ષ વિકલન કરો.

(ક) y = cosAx + sinAx માટે , બતાવો કે $\frac{d^2y}{dx^2} + A^2y = 0$ **(04)**

<u>અથવા</u>

પ્રશ્ન 4 (અ) વ્યાખ્યાની મદદથી $x^3 + 3x - 2$ નું વિકલન કરો **(04)**

(બ) $\frac{dy}{dx}$ શોધો. **(06)**

(i) $y = Sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ (ii) $y = \frac{1+\tan x}{1-\tan x}$

(ક) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$ ની મહત્તમ અને ન્યૂનત્તમ કિંમત શોધો. **(04)**

પ્રશ્ન 5 (અ) મેળવો **(09)**

(i) $\int\left(\frac{3\sin x}{2\cos^2 x} + \frac{\cos x}{\sin^2 x}\right)dx$ (ii) $\int\left(4x^3 - \frac{1}{x} + \sin x - e^x\right)dx$

(iii) $\int_1^2 \frac{(\log x)^2}{x}dx$

(બ) બતાવો કે ઉપવલય $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$નું ક્ષેત્રફળ πab છે. **(05)**

<u>અથવા</u>

પ્રશ્ન 5 (અ) મેળવો **(09)**

(i) $\int\frac{dx}{9+4x^2}$ (ii) $\int\frac{\sec^2 x}{\operatorname{cosec} x}dx$ (iii) $\int_0^{\pi/2}\frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}dx$

(બ) ઉપવલય $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ને y અક્ષની આસપાસ ફેરવવાથી બનતા ભાગનું ઘનફળ શોધો. **(05)**

****