

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY**Diploma Sem-II [All Branch] examination June 2009****Subject code: 320001****Subject Name: MATHS-II****Date: 22/06/2009****Time: 10:30am-1:00pm****Total Marks: 70****Instructions:**

1. Attempt all questions.
2. Make suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.

- Q.1** Do as directed (Each has equal marks) **14**
- (1) If A(2,3), B(4,7) and C(-5,-1) are vertices of ΔABC then find the length of the median BE.
 - (2) If the x-intercept of a straight line $tx - y = 3t - 6$ is 5, then find t .
 - (3) Find the angle between two straight lines $x + y = 0$ and $x - y = 0$
 - (4) If the radius of a circle $2x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + k = 0$ is 4, then find k .
 - (5) Evaluate : $\lim_{x \rightarrow \infty} x [\sqrt[3]{7} - 1]$
 - (6) If $x = \sec \theta + \tan \theta$ and $y = \sec \theta - \tan \theta$ then find $\frac{dy}{dx}$.
 - (7) The motion of a particle is given by $S = t^3 - 6t^2 + 9t + 6$. Then find the velocity when acceleration is zero.
- Q.2** (a) Do as directed (Each has equal marks) **03**
- (1) If $f'(x) = 3x^2 - 6x + e^x$ and $f(0) = 1$ then find $f(x)$
 - (2) Evaluate : $\int_{-2}^2 x^5 (1 - x^2)^{3/2} dx$
 - (b) Find the equation of straight line which passing through the point (2,3) and making the angle of 45° with the straight line $3x + y = 1$. **04**
 - (c) (1) For what values of x , the area of ΔPQR will be 48 sq.units **04**
where $P(x,5)$, $Q(-3,2)$ and $R(8,-7)$
 - (2) A (8,6) and B (2,4) are fixed points. A point P moves such that AP is perpendicular to BP. What is the locus of P? **03**
- OR**
- (c) (1) Find x if (1,2) (2,3) and (x,5) are the vertices of a right angle triangle. **04**
 - (2) If the point P (a,b) lies on the st.line $6x - y = 1$ and the point Q(b,a) lies on the st.line $2x - 5y = 5$. Then find the equation of the line joining the points P and Q **03**
- Q.3** (a) Find the equation of a circle which passing through the point (-2,5) and having the equation of the diameters $2x + y - 3 = 0$ and $x - 3y + 2 = 0$. **04**
- (b) (1) If $f(x) = \log \left[\frac{1-x}{1+x} \right]$ then prove that $f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = 2f(x)$ **03**
 - (2) Evaluate : $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 + 5x^2 + 4x + 1}{3x^3 + 5x^2 + x - 1}$ **03**
 - (c) Using the definition of derivative, find the derivative of $\sin^2 x$ with respect to x . **04**

OR

- Q.3** (a) (1) Find the centre and radius of the circle $2x^2 + 2y^2 - 7x - 3y + 1 = 0$. **02**
(2) Find the equation of the normal of the circle $x^2 + y^2 - 2y - 7 = 0$ at the point (2,3). **02**
(b) (1) If $f(x) = \log_2 x$, $g(x) = x^4$ then show that $f(g(2)) = 4$ **03**
(2) Evaluate : $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x+1}{x+2} \right]^x$ **03**
(c) Give an example of a function which is not a constant function but the derivative is itself. Justify your answer by using the first principle of derivative. **04**
- Q.4** (a) Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \log \left[\frac{x+a}{a-x} \right] + \cos x^0 + e^{ax} \cos(bx+c)$ **05**
(b) If $\sin y = x \sin(a+y)$ then prove that $\sin a \frac{dy}{dx} = \sin^2(a+y)$ **04**
(c) If $x = \sin t$, $y = \sin pt$ then show that $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + p^2y = 0$ **05**

OR

- Q.4** (a) If $x = \frac{a(1+t^2)}{1-t^2}$, $y = \frac{2bt}{1-t^2}$ then find $\frac{dy}{dx}$. **05**
(b) If $x^y = e^{x-y}$ then prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1+\log x)^2}$ **04**
(c) Find the maximum and minimum values of $f(x) = \sin x + \cos x$, $0 < x < 2\pi$ **05**
- Q.5** (a) Evaluate : $\int [\sqrt{1+\sin 2x} + \sqrt{\frac{1+\cos 2x}{1-\cos 2x}}] dx$ **05**
(b) Evaluate : $\int_0^1 \frac{dx}{x + \sqrt{1-x^2}}$ **05**
(c) Find the area of the region bounded by the curves $y^2 = 4x$ and $x = 2$. **04**
- OR
- Q.5** (a) Evaluate : $\int \frac{e^x(1+x)}{\sin^2(xe^x)} dx$ **05**
(b) Evaluate : $\int_{-4}^{-3} \frac{x}{7+x} dx$ **05**
(c) Find the volume of a sphere of radius r by method of integration. **04**

સૂચના:

1. બધાજ પ્રશ્નોના જવાબ આપવા ફરજીયાત છે..
2. જરૂર જણાય ત્યાં યથા યોગ્ય ધારણાઓ બાંધવી.
3. જમણી બાજુ દર્શાવેલ આંકડા પ્રશ્નોના પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.
4. પ્રશ્નપત્રની અંગ્રેજી પ્રત આધારભૂત ગણવી.

- Q.1** માગ્યા પ્રમાણે કરો (દરેકના સરખા ગુણ છે.) **14**
- (1) જો $A(2,3)$, $B(4,7)$ અને $C(-5,-1)$ એ ΔABC ના શિરોબિંદુઓ હોય તો મધ્યગા BE ની લંબાઈ શોધો .
- (2) જો સુરેખા $tx - y = 3t - 6$ નો X અક્ષ પરનો અંતઃખંડ 5 હોય તો t ની કિંમત શોધો .
- (3) સુરેખાઓ $x + y = 0$ અને $x - y = 0$ વચ્ચેનો ખૂણો શોધો.

(4) જો વર્તુળ $2x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + k = 0$ ની ત્રિજ્યા 4 હોય તો k ની કિંમત શોધો.

(5) કિંમત શોધો : $\lim_{x \rightarrow \infty} x [\sqrt[3]{7} - 1]$

(6) જો $x = \sec \theta + \tan \theta$ અને $y = \sec \theta - \tan \theta$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

(7) એક પદાર્થની ગતિ નું સમીકરણ $S = t^3 - 6t^2 + 9t + 6$ છે . જ્યારે પ્રવેગ શૂન્ય હોય ત્યારે વેગ ની કિંમત શોધો.

Q.2 (અ) માગ્યા પ્રમાણે કરો (દરેકના સરખા ગુણ છે.) **03**

(1) જો $f'(x) = 3x^2 - 6x + e^x$ અને $f(0) = 1$ હોય તો $f(x)$ શોધો.

(2) કિંમત શોધો : $\int_{-2}^2 x^5 (1-x^2)^{3/2} dx$

(b) બિંદુ (2,3) માંથી પસાર થતી અને સુરેખા $3x + y = 1$ સાથે 45° નો ખૂણો બનાવતી સુરેખાનું સમીકરણ શોધો. **04**

(c) (1) x ની કઈ કિંમતો માટે ΔPQR નું ક્ષેત્રફળ 48 ચો. એકમ થશે ? **04**
જ્યાં $P(x,5)$, $Q(-3,2)$ અને $R(8,-7)$ છે.

(2) $A(8,6)$ અને $B(2,4)$ સ્થિર બિંદુઓ છે. બિંદુ P એવી રીતે ગતિ કરે છે કે AP અને BP પરસ્પર લંબ રહે છે તો બિંદુ P ના બિંદુપથનું સમીકરણ શોધો **03**

OR

(c) (1) જો બિંદુઓ (1,2) (2,3) અને $(x,5)$ એ કાટકોણ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુઓ હોય તો x ની કિંમતો શોધો . **04**

(2) જો બિંદુ $P(a,b)$ એ સુરેખા $6x - y = 1$ ઉપર હોય અને બિંદુ $Q(b,a)$ એ સુરેખા $2x - 5y = 5$ ઉપર હોય તો બિંદુઓ P અને Q માંથી પસાર થતી સુરેખાનું સમીકરણ શોધો. **03**

Q.3 (a) બિંદુ (-2,5) માંથી પસાર થતું હોય તથા $2x + y - 3 = 0$ અને $x - 3y + 2 = 0$ વ્યાસના સમીકરણો હોય તેવા વર્તુળ નું સમીકરણ શોધો. **04**

(b) (1) જો $f(x) = \log \left[\frac{1-x}{1+x} \right]$ હોય તો સાબિત કરો કે $f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = 2 f(x)$ **03**

(2) કિંમત શોધો : $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 + 5x^2 + 4x + 1}{3x^3 + 5x^2 + x - 1}$ **03**

(c) વિકલન ની વ્યાખ્યા ની મદદથી $\sin^2 x$ નું x ની સાપેક્ષ વિકલન શોધો. **04**

OR

Q.3 (a) (1) વર્તુળ $2x^2 + 2y^2 - 7x - 3y + 1 = 0$ નું કેન્દ્ર તથા ત્રિજ્યા શોધો. **02**

(2) વર્તુળ $x^2 + y^2 - 2y - 7 = 0$ પરના બિંદુ (2,3) આગળ અભિલંબનું સમીકરણ શોધો. **02**

(b) (1) જો $f(x) = \log_2 x$, $g(x) = x^4$ હોય તો સાબિત કરો કે $f(g(2)) = 4$ **03**

(2) કિંમત શોધો : $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x+1}{x+2} \right]^x$

- (c) અચળ ન હોય તેવા વિધેય નું ઉદાહરણ આપો કે જેનું વિકલન તે પોતે જ હોય. તમારો જવાબ વિકલન ના પ્રાથમિક સિક્કાંત ની મદદથી ચકાસો. 04

Q.4 (a) $\frac{dy}{dx}$ શોધો. જ્યાં $y = \log \left[\frac{x+a}{a-x} \right] + \cos x^0 + e^{ax} \cos(bx+c)$ 05

(b) જો $\sin y = x \sin(a+y)$ હોય તો સાબિત કરો કે $\sin a \frac{dy}{dx} = \sin^2(a+y)$ 04

(c) જો $x = \sin t, y = \sin pt$ હોય તો દર્શાવો કે 05

$$(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + p^2y = 0$$

OR

Q.4 (a) જો $x = \frac{a(1+t^2)}{1-t^2}, y = \frac{2bt}{1-t^2}$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો. 05

(b) જો $x^y = e^{x-y}$ હોય તો સાબિત કરો કે $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2}$ 04

(c) વિધેય $f(x) = \sin x + \cos x$ ની મહત્તમ તથા ન્યૂનતમ કિંમતો શોધો જ્યાં $0 < x < 2\pi$ 05

Q.5 (a) કિંમત શોધો : $\int [\sqrt{1 + \sin 2x} + \sqrt{1 - \cos 2x}] dx$ 05

(b) કિંમત શોધો : $\int_0^1 \frac{dx}{x + \sqrt{1-x^2}}$ 05

(c) વક્રો $y^2 = 4x$ અને $x = 2$ વચ્ચે ઘેરાયેલ બંધ ભાગનું ક્ષેત્રફળ શોધો. 04

OR

Q.5 (a) કિંમત શોધો : $\int \frac{e^x(1+x)}{\sin^2(xe^x)} dx$ 05

(b) કિંમત શોધો : $\int_{-4}^{-3} \frac{x}{7+x} dx$ 05

(c) સંકલન ની મદદ થી r ત્રિજ્યા વાળા ગોલક નું ઘનફળ શોધો. 04
