Seat No.: _____ Enrolment No.______

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Semester -I Examination January- 2010

Subject code: 310034 **Subject Name: Mathematics-1**

Date: 25 / 01 / 2010 **Time: 11:00 am – 1:30 pm**

Total Marks: 70

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **English version is Authentic**

Q.1 (a) Do as directed **07**

(1) Prove that $\sqrt[ab]{\frac{x^a}{x^b}}\sqrt[bc]{\frac{x^b}{x^c}}\sqrt[ca]{\frac{x^c}{x^a}}=1$

(2) Simplify $\frac{3+\sqrt{6}}{17\sqrt{3}-2\sqrt{32}+3\sqrt{18}-4\sqrt{48}}$

(b) Do as directed **07**

(1) If $\log\left(\frac{a-b}{2}\right)=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$ then prove that $a^2+b^2=6ab$

(2) Prove that $\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}-\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}-\frac{4}{\sqrt{8+4\sqrt{3}}}=0$

Q.2

(a) Do as directed **07**

(1) If $\frac{1+3+5+.......n-terms}{2+4+6+.......n-terms}=0.19$ then find n .

(2) Find the sum first n terms of $5+55+555+............$

(b) Do as directed **07**

(1) Find the middle in the expansion of $\left(\frac{x^2}{3}+\frac{2}{x^3}\right)^{10}$

(2) Find the approximate value of $\sqrt[3]{126}$ using Binomial theorem

OR

(b) Do as directed **07**

(1) Find the constant term in the expansion of $\left(x-\frac{1}{x}\right)^{10}$

(2) Expand $(1-x)^{\frac{1}{2}}$ up to first four terms

Q.3

(a) Do as directed **07**

(1) If $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, prove that $A-^2 5A-2I$

(2) If $A=\begin{pmatrix}2 & 2 & 2\\ 2 & 1 & -3\\ 1 & 0 & 4\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}3 & 3 & 3\\ 3 & 0 & 5\\ 9 & 9 & -1\end{pmatrix},C=\begin{pmatrix}4 & 4 & 4\\ 5 & -1 & 5\\ -7 & 8 & -1\end{pmatrix}$

find $2A-3B+C$

(b) Do as directed **07**

(1) The constant forces $2i-k+j, i+j+2k, 2j-3k$ acting on a particle displace it from the point $(5,3,2)$ to the point $(1,-1,2)$. Find the total work.

(2) If $A=i+2j-k, B=3i+j+2k, C=-2i-j+5k$ then find $|2A+3B-C|$

OR

Q.3 (a) Do as directed **07**

(1) Solve : $2x-y=4, 3x+y=1$ by matrices

(2) If $A=\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$, find A^{-1}.

(b) Do as directed **07**

(1) Prove that the angle between two vectors $i+2j$ and $i+j+3k$ is $\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{46}{55}}\right)$

(2) If $A=2i-3j+4k, B=i-j+k$ then find a unit vector perpendicular to both $A+B$ and $A-B$.

Q.4

(a) Do as directed **07**

(1) Prove that $(\cos ec\theta-\cot\theta)(\sec\theta-\tan\theta)(\tan+\cot\theta)=1$

(2) Simplify $\frac{\sin(\pi+\theta)}{\sin(2\pi-\theta)}+\frac{\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}{\cot(\pi-\theta)}+\frac{\cos(2\pi+\theta)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}$

(b) Do as directed **07**

(1) Prove that $\frac{\sin\theta+\sin 2\theta+\sin 3\theta}{\cos\theta+\cos 2\theta+\cos 3\theta}=\tan 2\theta$

(2) Prove that $\tan^{-1}(\infty)+\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{7\pi}{6}$

OR

Q. 4 (a) Do as directed **07**

(1) Prove that $\cos\left(\frac{19\pi}{6}\right)\sin\left(\frac{17\pi}{6}\right)-\sin\left(\frac{11\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{13\pi}{6}\right)=0$

(2) Prove that $\tan 20^0+\tan 25^0+\tan 20^0\tan 25^0=1$

(b) Do as directed **07**

(1) Prove that $\frac{\sin 3A}{\sin A}-\frac{\cos 3A}{\cos A}=2$

(2) Prove that $\cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{\pi}{4}$

Q.5

(a) Do as directed **07**

(1) Draw a graph for y=sinx , $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$

(2) In usual notations for ΔABC , prove that
$a = b\cos C + c\cos B$

(b) Do as directed **07**

(1) For $\Delta ABC, a = 4, b = 5, c = 6$, find Δ, R, r

(2) The angle of the top of the tower from the point on a level ground is 15^0. Walking 50m towards the tower, the angle of elevation of the top of the tower is 30^0. Find the height of the tower.

OR

Q.5 (a) Do as directed **07**

(1) Draw a graph for y= cosx , $0 \le x \le \pi$

(2) In usual notations for acute-angle ΔABC , prove that

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

(b) Do as directed **07**

(1) For $\Delta ABC, A = 30^0, b = \sqrt{3}, c = 2$, solve ΔABC

(2) From the top and bottom of 100m high building the angles of elevation of the tower are 30^0 and 45^0 respectively. Find the height of the tower.

પ્રશ્ન–૧ (અ) સુચના મુજબ કરો **07**

(૧) સાબિત કરોકે $\sqrt[ab]{\frac{x^a}{x^b}}\sqrt[bc]{\frac{x^b}{x^c}}\sqrt[ca]{\frac{x^c}{x^a}} = 1$

(૨) સાદુંરૂપ આપો $\dfrac{3+\sqrt{6}}{17\sqrt{3} - 2\sqrt{32} + 3\sqrt{18} - 4\sqrt{48}}$

(બ) સુચના મુજબ કરો **07**

(૧) જો $\log\left(\frac{a-b}{2}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ તો સાબિત કરો
$a^2 + b^2 = 6ab$

(૨) સાબિત કરોકે $\dfrac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} - \dfrac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} - \dfrac{4}{\sqrt{8+4\sqrt{3}}} = 0$

પ્રશ્ન–૨ (અ) સુચના મુજબ કરો **07**

(૧) જો $\dfrac{1+3+5+.......n-terms}{2+4+6+.......n-terms} = 0.19$ તો n મેળવો

(૨) $5+55+555+............$ નાં પ્રથમ n પદોનો સરવાળો કરો

(બ) સુચના મુજબ કરો **07**

(૧) $\left(\frac{x^2}{3} + \frac{2}{x^3}\right)^{10}$ નાં વિસ્તરણમાં મધ્યમપદ મેળવો

(૨) દ્વિપદી પ્રમેયની મદદથી $\sqrt[3]{126}$ નું આસન્ન મુલ્ય મેળવો

અથવા

(બ) સુચના મુજબ કરો **07**

(૧) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{10}$ નાં વિસ્તરણમાં અચળપદ મેળવો

(૨) $(1-x)^{\frac{1}{2}}$ નું વિસ્તરણ પ્રથમ ચાર પદ સુધી કરો.

પ્રશ્ન–3

(અ) સુચના મુજબ કરો **07**

(૧) જો $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ તો સાબિત કરોકે $A-^{2}5A-2I$

(૨) જો $A=\begin{pmatrix}2 & 2 & 2\\ 2 & 1 & -3\\ 1 & 0 & 4\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}3 & 3 & 3\\ 3 & 0 & 5\\ 9 & 9 & -1\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}4 & 4 & 4\\ 5 & -1 & 5\\ -7 & 8 & -1\end{pmatrix}$ તો

$2A-3B+C$ મેળવો

(બ) સુચના મુજબ કરો **07**

(૧) એક બિંદુ ઉપર અચળબળો $2i-k+j, i+j+2k, 2j-3k$ કાર્ય કરતાં તે કણ બિંદુ $(5,3,2)$થી ખસીને બીજા બિંદુ $(1,-1,2)$ આગળ આવેછે. કુલ કાર્ય શોધો

(૨) જો $A=i+2j-k, B=3i+j+2k, C=-2i-j+5k$ તો $|2A+3B-C|$ મેળવો

અથવા

પ્રશ્ન–3

(અ) સુચના મુજબ કરો **07**

(૧) શ્રેણિકો ની મદદથી $2x-y=4, 3x+y=1$ ઉકેલો

(૨) જો $A=\begin{pmatrix}5 & 2\\ 7 & 3\end{pmatrix}$ તો A^{-1} મેળવો

(બ) સુચના મુજબ કરો **07**

(૧) સાબિત કરો કે સદિશો $i+2j$ અને $i+j+3k$ વચ્ચે અંતરાયેલો

ખુણો $\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{46}{55}}\right)$ છે.

(૨) જો $A=2i-3j+4k, B=i-j+k$ તો $A+B$ અને $A-B$ બંને ને લંબ આવેલો સદિશ મેળવો

પ્રશ્ન–૪

(અ) સુચના મુજબ કરો **07**

(૧) સાબિત કરોકે $(\cos ec\theta-\cot\theta)(\sec\theta-\tan\theta)(\tan+\cot\theta)=1$

(૨) સાદુંરૂપ આપો $\frac{\sin(\pi+\theta)}{\sin(2\pi-\theta)}+\frac{\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}{\cot(\pi-\theta)}+\frac{\cos(2\pi+\theta)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}$

(બ) સુચના મુજબ કરો **07**

(૧) સાબિત કરોકે $\frac{\sin\theta+\sin 2\theta+\sin 3\theta}{\cos\theta+\cos 2\theta+\cos 3\theta}=\tan 2\theta$

(૨) સાબિત કરોકે $\tan^{-1}(\infty)+\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{7\pi}{6}$

અથવા

પ્રશ્ન–૪

(અ) સુચના મુજબ કરો **07**

(૧) સાબિત કરોકે $\cos\left(\frac{19\pi}{6}\right)\sin\left(\frac{17\pi}{6}\right)-\sin\left(\frac{11\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{13\pi}{6}\right)=0$

(૨) સાબિત કરોકે $\tan 20^0+\tan 25^0+\tan 20^0\tan 25^0=1$

સુચના મુજબ કરો **07**

(બ) (૧) સાબિત કરોકે $\frac{\sin 3A}{\sin A}-\frac{\cos 3A}{\cos A}=2$

(૨) સાબિત કરોકે $\cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{\pi}{4}$

પ્રશ્ન–૫

(અ) સુચના મુજબ કરો **07**

(૧) y=sinx $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$ નો ગ્રાફ દોરો

(૨) પ્રચલિત સંકેતોમાં ΔABC માટે સાબિત કરોકે

$a=b\cos C+c\cos B$

(બ) સુચના મુજબ કરો **07**

(૧) ΔABC માટે $a=4,b=5,c=6$. Δ,R,r મેળવો

(૨) સમતલ જમીન પરનાં એક બિંદુથી ટાવરની ટોચનો ઉત્સેધનોકોણ 15^0 માલુમ પડે છે.ટાવર તરફ 50m જતાં ટાવરની ટોચનો ઉત્સેધકોણ 30^0 માલુમ પડે છે.ટાવરની ઉંચાઇ મેળવો

અથવા

પ્રશ્ન–૫

(અ) સુચના મુજબ કરો **07**

(૧) y= cosx , $0\le x\le\pi$ નો ગ્રાફ દોરો

(૨) પ્રચલિત સંકેતોમાં લઘુકોણ ΔABC માટે સાબિત કરોકે

$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$

(બ) સુચના મુજબ કરો **07**

(૧) ΔABC માટે $A=30^0,b=\sqrt{3},c=2$. ΔABC ઉકેલો (૨) 100m ઉંચાઇવાળા એક મકાન ની ટોચ અને તળિયેથી ટાવરની ટોચની ઉત્સેધકોણો અનુંક્રમે 30^0 અને 45^0 માલુમ પડેછે. ટાવરની ઉંચાઇ મેળવો.

****