Seat No.: _____ Enrolment No.______

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

DIPLOMA - 1'ST / 2'ND SEMESTER–EXAMINATION –JUNE/JULY- 2012

Subject code: 310034

Subject Name: Mathematics-I

Date: 22/06/2012 **Time: 10.30 am – 01.00 pm**

Total Marks: 70

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **English version is considered to be Authentic**

Q.1 **(a)** Fill the blanks. **07**

(1) $\log_{10}0.0001$ =- ----------------

(2) $\bar{a}(\bar{b}\times\bar{a})$ =-----------------

(3) ${}^{n}C_r$ =-------------------($0\le r\le n$)

(4) If Matrix A = $\begin{bmatrix}2 & 3\\ 5 & 7\end{bmatrix}$ then A^2 = -------------

(5) Total number of terms in the expansion of $(x-2y)^{11}$ is ------

(6) For $-1<x<1$, $(1-x)^{-1}$ = ----------------------------

(7) $\begin{vmatrix}1981 & 1982 & 1983\\ 1984 & 1985 & 1986\\ 1987 & 1988 & 1989\end{vmatrix}$ = --------------------

(b)

(1) Insert five G.M. between 2 and 16. **04**

(2) Simplify: log2 + 16log(16/15) + 12log(25/24) + 7log(81/80) **03**

Q.2

(a)

(1) Find the coefficient of x^{-4} in the expansion of $(x + 5/x^3)^8$ **04**

(2) For a G.P. Show that $T_{n-1}\times T_{n+1} = (T_n)^2$ **03**

(b) (1) Using Binomial theorem Prove that $(\sqrt{2}+1)^6 + (\sqrt{2}-1)^6 = 198$ **04**

(2) Show that $\begin{vmatrix}1+a & 1 & 1\\ 1 & 1+b & 1\\ 1 & 1 & 1+c\end{vmatrix}$ = abc(1+ 1/a +1/b + 1/c) **03**

OR

(b) (1) Using Binomial theorem find first three terms in the expansion of $\dfrac{(1+x)^{3/4}\sqrt{1+x}}{(1-x)^2}$ **04**

(2) Using the properties of determinant prove that **03**

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ x^2 & 1 & x \\ x & x^2 & 1 \end{vmatrix} = (1-x^3)^2$$

Q.3

(a)

(1) Find the inverse of the Matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & -10 & -1 \\ -2 & 8 & 2 \\ 2 & -4 & -2 \end{bmatrix}$ and show that $A.A^{-1} = I$ **04**

(2) If $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ then find A^2-2A-I. **03**

(b)(1) The forces 3i + 2j +k and 2k+ i+5j act on a particle. Under the action of these forces, particle moves to point 3i + j+ 4k from the point i + 3j – 2k. find the work done by forces. **04**

(2) Find the angle between two vectors 2i + j -3k and 2i -2j + 4k **03**

OR

Q.3 **(a) (1)** If Matrix $A+B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ and $A-B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ then find $(AB)^{-1}$ **04**

(2) Solve the following equation using matrix method only. **03**
2x = 3y + 5 and 3x + y = 9.

(b)(1) If $\bar{a}$ = (2,-3,-1) and $\bar{b}$ = (1, 4, -3) then find $(\bar{a}+\bar{b}) \times (\bar{a}-\bar{b})$ .Also find modulus of $(\bar{a}+\bar{b}) \times (\bar{a}-\bar{b})$ **04**

(2) Simplify: (10i + 2j + 3k) .[(i -2j +2k) × (3i -2j -2k)] **03**

Q.4

(a) (1) Define Unit Circle. An Arc of circle subtended angle 45 degree at center and length of arc is 18.7 unit. Then find the area of the Sector. **04**

(2) Prove that $\frac{\tan\theta}{1-\cot\theta} + \frac{\cot\theta}{1-\tan\theta}$ = secθ.Cosecθ + 1 **03**

(b) (1) Simplify : **04**

$$\frac{\text{Sin}(\theta - \pi/2)}{\cos(\theta-\pi)} + \frac{\tan(\pi/2+\theta)}{\cot(\pi+\theta)} + \frac{\text{cosec}(\pi/2+\theta)}{\sec(\pi+\theta)}$$

(2) Show that Sin(A + B).Sin(A- B) = $\text{Sin}^2A - \sin^2B = \text{Cos}^2B - \text{Cos}^2A$ **03**

OR

Q. 4	**(a) (1)**	Prove that tan5A –tan3A –tan2A = tan5A.tan3A.tan2A	04
	(2)	If $\sin\theta + \sin^2\theta = 1$ then show that $\cos^2\theta + \cos^4\theta = 1$	03
	(b) (1)	For all real values of A and B prove that, Cos(A- B) = cosAcosB + sinAsinB	04
	(2)	If $\tan\theta = \frac{1}{2}$ then show that $7\cos 2\theta + 8\sin 2\theta = 53/5$	03
Q.5			
	(a) (1)	Draw the graph of $y = \cos(x/2)$, $0 \le x \le 2\pi$	04
	(2)	Show that $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$ and find the value of sin15	03
	(b)(1)	For any triangle show that $\tan (B-C)/2 = \frac{(b-c)}{(b+c)}\cot\frac{A}{2}$	04
	(2)	show that 8 .sin15 .sin45. sin75 = √2	03

OR

Q.5	**(a) (1)**	Draw the graph of $y = \sin(x)$, $-\pi/2 \le x \le \pi/2$	04
	(2)	In triangle ABC, with usual notations prove that $\cos\frac{A}{2}.\cos\frac{B}{2}.\cos\frac{C}{2} = \frac{S}{4R}$	03
	(b)(1)	In triangle ABC, if a = 3 , b = 3 and c = 4 then find Δ, R and r.	03
	(2)	i. prove that $\frac{1-\cos A+\sin A}{1+\cos A+\sin A} = \tan\frac{A}{2}$ ii. show that $\cos 4x = 1 - 8\cos^2 x + 8\cos^4 x$	04

****

Q.1 **(a)** ખાલીજગ્યા પુરો. **07**

(1) $Log_{10} 0.0001$ =-----------------

(2) $\bar{a}.(\bar{b}\times\bar{a})$ =-----------------

(3) $^{n}C_{r}$ =-------------------($0\le r\le n$)

(4)જો શ્રેણિક $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 5 & 7\end{bmatrix}$ તો A^2 =-------------

(5)દ્વિપદી $(x-2y)^{11}$ ના વિસ્તરણ કરતા કૂલ પદો ની સંખ્યા -------છે.-

(6)For $-1<x<1$,$(1-x)^{-1}$ = ----------------------------

(7) $\begin{vmatrix}1981 & 1982 & 1983\\ 1984 & 1985 & 1986\\ 1987 & 1988 & 1989\end{vmatrix}$ = --------------------

(b) **04**

(1) 2 અને 16 વચ્ચે પાંચ સમગુણોતર મધ્યક દાખલ કરો.

(2) સાદુરૂપ આપો. $\log 2 + 16\log(16/15) + 12\log(25/24) + 7\log(81/80)$ **03**

Q.2

(a) **04**

(1) $(x + 5/x^3)^8$ ના વિસ્તરણ માં x^{-4} નો સહગુણક શોધો.

(2) સમગુણોતર શ્રેણી માટે દર્શાવો કે $T_{n-1} \times T_{n+1} = (T_n)^2$ **03**

(b) (1) દ્વિપદી પ્રમેય નો ઉપયોગ કરી સાબીત કરો કે $(\sqrt{2}+1)^6 + (\sqrt{2}-1)^6 = 198$ **04**

(2) સાબીત કરો $\begin{vmatrix}1+a & 1 & 1\\ 1 & 1+b & 1\\ 1 & 1 & 1+c\end{vmatrix} = abc(1+ 1/a +1/b + 1/c)$ **03**

OR

(b) (1) દ્વિપદી પ્રમેય નો ઉપયોગ કરી વિસ્તરણ ના પ્રથમ ત્રણ પદો ગણો. **04**

$$\frac{(1+x)^{3/4}\sqrt{1+x}}{(1-x)^2}$$

(2) નિશ્ચાયક ના ગુણધર્મોનો ઉપયોગ કરી સાબીત કરો. **03**

$$\begin{vmatrix}1 & x & x^2\\ x^2 & 1 & x\\ x & x^2 & 1\end{vmatrix} = (1-x^3)^2$$

Q.3

(a)

(1) A નો વ્યસ્ત શ્રેણિક મેળવો. જ્યાં $A = \begin{bmatrix} 3 & -10 & -1 \\ -2 & 8 & 2 \\ 2 & -4 & -2 \end{bmatrix}$ તથા **04**

દર્શાવો કે $A.A^{-1} = I$

(2) જો $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ તો A^2-2A-I મેળવો.. **03**

(b)(1) બળો 3i + 2j +k તથા 2k+ i +5j એક કણ પર કાર્ય કરે છે જેથી તેના બિંદુ 3i + j+ 4k થી i + 3j – 2k બિંદુપર સ્થાનાંતર થાય છે.. તો થયેલ કાર્ય શોધો. **04**

(2) બે સદિશ 2i + j -3k અને 2i -2j + 4k વચ્ચે નો ખુણો શોધો. **03**

OR

Q.3 **(a) (1)** જો શ્રેણિક $A+B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ અને $A - B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ **04**

હોય તો $(AB)^{-1}$ શોધો.

(2) શ્રેણિક ની મદદ થી ઉકેલ મેળવો.2x = 3y + 5 અને 3x + y = 9. **03**

(b)(1) જો $\bar{a}$ = (2,-3,-1) અને $\bar{b}$ = (1, 4, -3) તો $(\bar{a} + \bar{b}) \times (\bar{a} - \bar{b})$ શોધો .તથા $(\bar{a} + \bar{b}) \times (\bar{a} - \bar{b})$ નો માન શોધો. **04**

(2) સાદુરુપ આપો: (10i + 2j + 3k) .[(I -2j +2k) × (3i -2j -2k)] **03**

Q.4

(a) (1) એકમ વર્તૂળ ની વ્યાખ્તા આપો.. 18.7 એકમ લબાઇની ચાપ વર્તુળ ના કેન્દ્ર પાસે 45નો ખુણો બનાવે છે.તો વૃતાંશ નુ ક્ષેત્રફળ શોધો. **04**

(2) સાબીત કરો: $\frac{\tan\theta}{1-\cot\theta} + \frac{\cot\theta}{1-\tan\theta}$ = secθ.Cosecθ + 1 **03**

(b) (1) સાદુરુપ આપો: **04**

$$\frac{\mathrm{Sin}(\theta - \pi/2)}{\cos(\theta - \pi)} + \frac{\tan(\pi/2 + \theta)}{\cot(\pi + \theta)} + \frac{\mathrm{cosec}(\pi/2 + \theta)}{\sec(\pi + \theta)}$$

(2) સાબિત કરો: $\mathrm{Sin}(A + B).\mathrm{Sin}(A - B) = \mathrm{Sin}^2A - \sin^2B = \mathrm{Cos}^2B - \mathrm{Cos}^2A$ **03**

OR

Q. 4 **(a) (1)** સાબિત કરો $\tan 5A - \tan 3A - \tan 2A = \tan 5A.\tan 3A.\tan 2A$ **04**

(2) જો $\sin\theta + \sin^2\theta = 1$ તો સાબિત કરો કે $\cos^2\theta + \cos^4\theta = 1$ **03**

(b) (1) A અને B ની વાસ્તવીક કિંમતો માટે સાબિત કરો, **04**

$\cos(A - B) = \cos A\cos B + \sin A\sin B$

03

(2) જો $\tan\theta = \frac{1}{2}$ તો સાબિત કરો કે $7\cos 2\theta + 8\sin 2\theta = 53/5$

Q.5

(a) (1) ગ્રાફ દોરો. $y = \cos(x/2)$, $0 \le x \le 2\pi$ **04**

(2) સાબિત કરો $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$ અને કિંમત શોધો $\sin 15^\cdot$ **03**

(b)(1) કોઇ પણ ત્રિકોણ માટે સાબિત કરો, $\tan (B-C)/2 = \frac{(b-c)}{(b+c)}\cot\frac{A}{2}$ **04**

(2) સાબિત કરો , $8 .\sin 15 .\sin 45. \sin 75 = \sqrt{2}$ **03**

OR

Q.5 **(a) (1)** ગ્રાફ દોરો. $y = \sin(x)$, $-\pi/2 \le x \le \pi/2$ **04**

(2) ΔABC માટે પ્રચલીત સંકેત માં સાબીત કરો, **03**

$\cos\frac{A}{2}.\cos\frac{B}{2}.\cos\frac{C}{2} = \frac{S}{4R}$

(b)(1) Δ ABC માટે જો $a = 3$, $b = 3$ અને $c = 4$ નો Δ, R અને r શોધો. **03**

(2) i. સાબિત કરો $\frac{1 - \cos A + \sin A}{1 + \cos A + \sin A} = \tan\frac{A}{2}$ **04**

ii. સાબિતકરો $\cos 4x = 1 - 8\cos^2 x + 8\cos^4 x$

****