Seat No.: ________ Enrolment No.___________

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering - SEMESTER–II • EXAMINATION – SUMMER 2013

Subject Code: 320001 **Date: 07-06-2013**

Subject Name: Mathematics-II

Time: 2:30 pm - 05:00 pm **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt any five questions.**
2. **Make suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **English version is considered to be Authentic.**

Q.1 (a) (1) If P(7,5), A(2,4) , B(6,10) then prove that PA=PB. [02]

(2) Find the centroid of a triangle with the vertices (3,-4), (-2,5) and (5,2). [02]

(b) (1) If the area of a triangle with the vertices (2,3), (4,5) and (m,3) is 5 square units then find the value of m. [03]

(2) Prove that the points (-1,0), (0,3) ,(3,2) and (2,-1) are the vertices of a square. [03]

(c) If $y = \log(\tan x) + \cos x + x$ then find $\frac{dy}{dx}$. [04]

Q.2 (a)

(1) Find the equation of a line passing through the points (3,2) and (-1,3) . [02]

(2) For what value of k the lines $7x + y - 1 = 0$ and $3x - ky + 2 = 0$ are perpendicular to each other? [02]

(b) (1) Find the equation of a line passing through the point (4,3) and which is parallel to the line $4y - 3x + 7 = 0$ [03]

(2) Find the equation of perpendicular bisector of the line segment joining the points A(5,4) and B(-2,0). [03]

(c) Evaluate $\int \frac{2 + 3\sin x}{\cos^2 x} dx$. [04]

Q.3 (a) (1) Find the equation of a circle passing through the points (4,0), (0,4) and (0,0). [03]

(2) Find the equation of a tangent and normal to circle $x^2 + y^2 = 25$ at a point (3,4). [03]

(b) Find the radius and centre of a circle $2x^2 + 2y^2 + 4x + 6y - 7 = 0$. [04]

(c) If $f(x) = \log x$ then prove that $f(xy) = f(x) + f(y)$ and $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$. [04]

Q.4 (a) (1)Evaluate $\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 2x - 3}$. [03]

(2) Evaluate $\lim_{x \to a} \frac{\sqrt{2a - x} - \sqrt{x}}{a - x}$. [03]

(b) If $y = \dfrac{\sqrt{x}\tan x}{x+1}$ then find $\dfrac{dy}{dx}$. [04]

(c) If $y = x^{\sin x} + x^{x}$ then find $\dfrac{dy}{dx}$. [04]

Q.5 (a) (1) Evaluate $\int (4x^2 + 3x + 9)dx$. [02]

(2) Evaluate $\int 2xe^{x^2} dx$. [02]

(b) (1) Evaluate $\int x \log x dx$. [03]

(2) Evaluate $\int_0^1 \dfrac{x^3 - 1}{x - 1} dx$. [03]

(c) Evaluate $\int_0^{\pi/2} \dfrac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$. [04]

Q. 6 (a) In which ratio Y-axis divides the line segment joining the points (1,2) and (2,1)? Also find the co-ordinates of division point. [04]

(b) Find the equation of the line parallel to $3x - 4y = 7$ and passing through the intersection point of $x - y = 7$ and $2x + y = 11$. [04]

(c) (1) Find the equation of a circle whose diametrically opposite points are (2,3) and (3,4). [03]

(2) Find the derivative of x^3 using the first principle. [03]

Q. 7 (a) (1)The motion of a moving particle is given by $S = t^3 - 6t^2 + 9t + 6$ then find velocity when acceleration is zero. [03]

(2) If $x^2 y + 5y^2 x + 6 = 0$, find $\dfrac{dy}{dx}$. [03]

(b) Evaluate $\int x^2 e^x dx$. [04]

(c) Find the area bounded by the curve $y = 4x^2, x = 1$ and $x = 2$. [04]

****

પ્રશ્ન–૧ અ (1) જો P(7,5), A(2,4), B(6,10) તો સાબિત કરો કે PA=PB. [૦૨]

(2) શીરોબિંદુઓ (3,-4), (-2,5) અને (5,2) ધરાવતા ત્રિકોણ નું મધ્યકેન્દ્ર શોધો. [૦૨]

(બ) (1) શીરોબિંદુઓ (2,3), (4,5) અને (m,3) ધરાવતા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ 5 ચો. એકમ હોય તો m નું મુલ્ય શોધો. [03]

(2) સાબિત કરો કે બિંદુઓ (-1,0), (0,3), (3,2) અને (2,-1) ચોરસ રચે છે. [03]

(ક) જો $y = \log(\tan x) + \cos x + x$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો . [૦૪]

પ્રશ્ન–૨ (અ)

(1) બિંદુઓ (3,2) અને (-1,3) માંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ મેળવો. [૦૨]

(2) k નાં ક્યા મુલ્ય માટે રેખાઓ $7x + y - 1 = 0$ અને $3x - ky + 2 = 0$ એકબીજાને સમાંતર થશે? [૦૨]

(બ) (1) બિંદુ (4,3) માંથી પસાર થતી અને રેખા $4y - 3x + 7 = 0$ ને સમાંતર રેખા નું સમીકરણ મેળવો [03]

(2) બીદુઓ A(5,4) અને B(-2,0) ને જોડતા રેખાખંડનાં નાં લંબદ્વિભાજક નું સમીકરણ મેળવો. [03]

(ક) $\int \frac{2 + 3\sin x}{\cos^2 x} dx$ મેળવો. [૦૪]

પ્રશ્ન–૩

(અ) (1) બિંદુઓ (4,0),(0,4) અને (0,0) માંથી પસાર થતા વર્તુળનું સમીકરણ મેળવો. [03]

(2) વર્તુળ $x^2 + y^2 = 25$ નાં બિંદુ (3,4) આગળના સ્પર્શક અને અભીલંબનાં સમીકરણો મેળવો. [03]

(બ) વર્તુળ $2x^2 + 2y^2 + 4x + 6y - 7 = 0$ નું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા શોધો. [૦૪]

(ક) જો $f(x) = \log x$ તો $f(xy) = f(x) + f(y)$ અને $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$ સાબિત કરો. [૦૪]

પ્રશ્ન–૪

(અ) (1) $\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 2x - 3}$ મેળવો. [03]

(2) $\lim_{x \to a} \frac{\sqrt{2a - x} - \sqrt{x}}{a - x}$ મેળવો. [03]

(બ) જો $y=\frac{\sqrt{x}\tan x}{x+1}$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો. [0૪]

(ક) જો $y=x^{\sin x}+x^{x}$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો. [0૪]

પ્રશ્ન–૫

(અ) (1) $\int(4x^2+3x+9)dx$ મેળવો. [0૨]

(2) $\int 2xe^{x^2}dx$ મેળવો. [0૨]

(બ) (1) $\int x\log x dx$ મેળવો. [03]

(2) $\int_0^1 \frac{x^3-1}{x-1}dx$ મેળવો. [03]

(ક) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin x+\cos x}dx$ મેળવો. [0૪]

પ્રશ્ન–૬ (અ) બિંદુઓ (1,2) અને (2,1) ને જોડતા રેખાખંડનું Y-અક્ષ ક્યા ગુણોતર માં વિભાજન કરે છે? વિભાજન કરતા બિંદુનાં યામ શોધો. [0૪]

(બ૯ રેખા $3x-4y=7$ ને સમાંતર અને રેખાઓ $x-y=7$, $2x+y=11$નાં છેદબિંદુ માંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ મેળવો. [0૪]

(ક) (1) (2,3) અને (3,4) વ્યાસાંત બિંદુઓ વાળા વર્તુળ નું સમીકરણ મેળવો. [03]

(2) પ્રથમ સિદ્ધાંતની મદદથી x^3 નો વિકલિત મેળવો. [03]

પ્રશ્ન–૭

(અ) (1) એક કણની ગતિનું સમીકરણ $S=t^3-6t^2+9t+6$ છે. જયારે કણનો પ્રવેગ શૂન્ય હોય ત્યારે તેનો વેગ મેળવો. [03]

(2) $x^2y+5y^2x+6=0$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો. [03]

(બ) $\int x^2e^x dx$ મેળવો. [0૪]

(ક) વક્ર $y=4x^2, x=1$અને $x=2$થી સીમિત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો. [0૪]

****