

Seat No.: _____
No. _____

Enrolment

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering – SEMESTER – II • EXAMINATION – SUMMER • 2014

Subject Code: 320001

Date: 05-07-2014

Subject Name: Mathematics-II

Time: 10:30 am - 01:00 pm

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt ALL questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible. (Scientific/Higher Version not allowed)
5. English version is authentic.

- Q.1 (a)** Fill in the blanks **07**
- 1 The slope of line $x + y - 8 = 0$ is -----
 - 2 X intercepts of line $3x + 2y - 7 = 0$ is -----
 - 3 The distance between the points $(0, 0)$ and $(1, 1)$ is -----
 - 4 The centre of circle $x^2 + y^2 = 25$ is -----
 - 5 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = \text{-----}$
 - 6 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{x} = \text{-----}$
 - 7 $\int e^{\log_e x} dx = \text{-----} + C$
- (b)** Do as directed
1. If area of triangle having vertices $(2, 3), (4, 5)$ and $(m, 3)$ is 5 unit find m **04**
 2. Show that the points $(1, 2), (2, 3)$ and $(0, 5)$ are vertices of Right angled triangle **03**
- Q.2 (a)** Do as directed
1. Find the equation of line passing through the point $(-1, 2)$ and perpendicular to $x - 3y + 3 = 0$ **04**
 2. Find the angle between two straight lines $x + y = 0$ and $x - y = 0$ **03**
- (b)** Do as directed
1. Find equation of circle with centre $(4, 3)$ and passing through the point $(7, -2)$ **04**
 2. Find centre and radius of circle $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$ **03**
- OR
- (b)** Do as directed
1. Evaluate: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{n^3 + 1}$ **04**
 2. If $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ then show that $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$ **03**
- Q.3 (a)** Do as directed
1. If $y = \frac{\sin(\log x)}{x}$ then find $\frac{dy}{dx}$ **04**
 2. Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{x}$ **03**

- (b) Do as directed
1. If $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ then find $\frac{dy}{dx}$ **04**
 2. If $y = x^2 \tan x$ then find $\frac{dy}{dx}$ **03**
- OR
- Q.3** (a) Do as directed
1. If $x = a(\theta + \sin \theta)$ and $y = (1 - \cos \theta)$ then find $\frac{dy}{dx}$ **04**
 2. If $y = \log \left[x + \sqrt{x^2 + a^2} \right]$ then find $\frac{dy}{dx}$ **03**
- (b) Do as directed
1. $y = (\sin x)^{\tan x}$ then find $\frac{dy}{dx}$ **04**
 2. If $x^3 + y^3 = 3axy$ then find $\frac{dy}{dx}$ **03**
- Q.4** (a) Do as directed
1. If $y = e^{m \tan^{-1} x}$ then prove that $(1 + x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + (2x - m) \frac{dy}{dx} = 0$ **04**
 2. The motion of particle is given by $s = t^3 + 2t^2 - 3t + 5$ find velocity and acceleration at $t = 1$ sec. **03**
- (b) Do as directed
1. Evaluate: $\int \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 2x} dx$ **04**
 2. Evaluate: $\int \frac{4 + 3 \cos x}{\sin^2 x} dx$ **03**
- OR
- Q.4** (a) Do as directed
1. If $y = \log(\sin x)$ then prove that $\frac{d^2 y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + 1 = 0$ **04**
 2. Find the maximum and minimum value of $f(x) = x + \frac{1}{x}$ **03**
- (b) Do as directed
1. Evaluate: $\int \frac{e^x (1 + x)}{\cos^2(xe^x)} dx$ **04**
 2. Evaluate: $\int e^{\sin x} \cos x dx$ **03**
- Q.5** (a) Do as directed
1. Evaluate: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$ **04**
 2. Evaluate: $\int x \log x dx$ **03**
- (b) Do as directed

1. Evaluate: $\int_0^1 \frac{x}{x+1} dx$ 04
2. Using integration Find the area of circle $x^2 + y^2 = a^2$ 03
- OR
- Q.5 (a)** Do as directed
1. Evaluate: $\int x e^x dx$ 04
2. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \tan x dx = 0$ 03
- (b)** Do as directed
1. Evaluate: $\int_1^3 \frac{2x}{1+x^2} dx$ 04
2. Find the volume of sphere of radius r by the method of integration. 03
- *****
- Q.1 (a)** ખાલી જગ્યા પૂરો. 07
- 1 રેખા $x+y-8=0$ નો ઢાળ ----- થાય
- 2 રેખા $3x+2y-7=0$ નો X અક્ષ પરનો અંતઃખંડ ----- થાય
- 3 બિંદુઓ $(0,0)$ અને $(1,1)$ વચ્ચેનું અંતર ----- થાય
- 4 વર્તુળ $x^2 + y^2 = 25$ નું કેન્દ્ર ----- થાય
- 5 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = \text{-----}$
- 6 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{x} = \text{-----}$
- 7 $\int e^{\log_e x} dx = \text{-----} + C$
- (b)** સૂચના મુજબ કરો.
1. જો $(2,3), (4,5)$ અને $(m,3)$ શિરોબિંદુવાળા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ 5 એકમ હોયતો m શોધો. 04
2. સાબિત કરો કે $(1,2), (2,3)$ અને $(0,5)$ કાટકોણ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુઓ છે. 03
- Q.2 (a)** સૂચના મુજબ કરો.
1. $(-1,2)$ માંથી પસાર થતી તેમજ રેખા $x-3y+3=0$ ને લંબ રેખાનું સમીકરણ મેળવો. 04
2. સુરેખાઓ $x+y=0$ અને $x-y=0$ વચ્ચેનો ખૂણો શોધો. 03
- (b)** સૂચના મુજબ કરો.
1. $(4,3)$ કેન્દ્રવાળા અને $(7,-2)$ માંથી પસાર થતા વર્તુળનું સમીકરણ મેળવો. 04
2. વર્તુળ $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$ નું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા શોધો. 03
- OR
- (b)** સૂચના મુજબ કરો.
1. કિંમત શોધો : $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{n^3 + 1}$ 04

2. જો $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ તો સબિત કરો કે $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$ 03
- Q.3 (a)** સૂચના મુજબ કરો. 04
1. જો $y = \frac{\sin(\log x)}{x}$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો. 04
2. કિંમત શોધો : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{x}$ 03
- (b)** સૂચના મુજબ કરો. 04
1. જો $y = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો 04
2. જો $y = x^2 \tan x$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો 03
- OR
- Q.3 (a)** સૂચના મુજબ કરો. 04
1. જો $x = a(\theta + \sin \theta)$ અને $y = (1 - \cos \theta)$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો. 04
2. જો $y = \log \left[x + \sqrt{x^2 + a^2} \right]$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો. 03
- (b)** સૂચના મુજબ કરો. 04
1. જો $y = (\sin x)^{\tan x}$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો. 04
2. જો $x^3 + y^3 = 3axy$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો. 03
- Q.4 (a)** સૂચના મુજબ કરો. 04
1. જો $y = e^{m \tan^{-1} x}$ તો સાબિત કરો કે $(1+x^2) \frac{d^2y}{dx^2} + (2x-m) \frac{dy}{dx} = 0$ 04
2. એક કણ ની ગતિનું સમીકરણ $s = t^3 + 2t^2 - 3t + 5$ હોય તો $t=1$ sec. આગળ તેનો વેગ અને પ્રવેગ શોધો. 03
- (b)** સૂચના મુજબ કરો. 04
1. કિંમત શોધો : $\int \frac{x^2+5x+6}{x^2+2x} dx$ 04
2. કિંમત શોધો : $\int \frac{4+3\cos x}{\sin^2 x} dx$ 03
- OR
- Q.4 (a)** સૂચના મુજબ કરો. 04
1. જો $y = \log(\sin x)$ તો સાબિત કરો કે $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1 = 0$ 04
2. $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ની અધિકતમ અને ન્યૂનતમ કિંમતો શોધો. 03
- (b)** સૂચના મુજબ કરો. 04
1. કિંમત શોધો : $\int \frac{e^x(1+x)}{\cos^2(xe^x)} dx$ 04

2. કિંમત શોધો : $\int e^{\sin x} \cos x dx$ 03
- Q.5 (a)** સૂચના મુજબ કરો.
1. કિંમત શોધો : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$ 04
2. કિંમત શોધો : $\int x \log x dx$ 03
- (b)** સૂચના મુજબ કરો.
1. કિંમત શોધો : $\int_0^1 \frac{x}{x+1} dx$ 04
2. સંકલનની મદદથી વર્તુળ $x^2 + y^2 = a^2$ નું ક્ષેત્રફળ શોધો. 03
- OR
- Q.5 (a)** સૂચના મુજબ કરો.
1. કિંમત શોધો : $\int x e^x dx$ 04
2. સાબિત કરો કે $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \tan x dx = 0$ 03
- (b)** સૂચના મુજબ કરો.
1. કિંમત શોધો : $\int_1^3 \frac{2x}{1+x^2} dx$ 04
2. સંકલનની મદદથી r ત્રિજ્યાવાળા ગોલકનું ઘનફળ શોધો. 03
